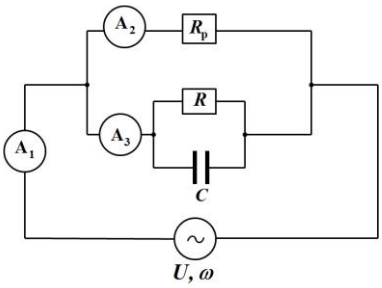
III разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете науке и технолошког развоја Републике Србије

ЗАДАЦИ-БЕТА КАТЕГОРИЈА*

Крагујевац
23-24. април 2021.

1. У колу са слике 1 позната је вредност отпорности отпорника R. Ако је ефективна вредност струје коју показује идеални амперметар A_1 једнака I_1, ефективна вредност струје коју показује идеални амперметар A_2 једнака I_2 и ефективна вредност струје коју показује идеални амперметар A_3 једнака I_3, и ако су оне познате, одредити активну снагу отпорника R_p. **[20 поена]**



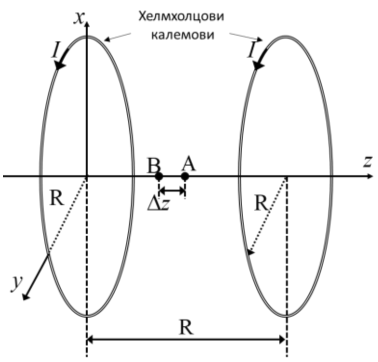
слика 1

2. За одређивање специфичног наелектрисања електрона (тј. односа $|e|/m$, где је e наелектрисање, а m маса електрона), посматра се кретање елекрона који улећу у хомогено магнетно поље нормално на линије сила поља, што доводи до њиховог кружног кретања. За добијање хомогеног магнетног поља користе се Хелмхолцови калемови који се састоје од два кружна калема, сваки са по $N = 160$ намотаја. Калемови се налазе на растојању једнаком полупречнику калемова $R = 14\,\text{cm}$, као на слици 2а. Кроз калемове протиче струја $I = 1\,\text{A}$ истог смера и јачине. Калемови се налазе у ваздуху. Узети да је магнетна пропустљивост ваздуха једнака магнетној пропустљивости вакуума $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\text{H/m}$.

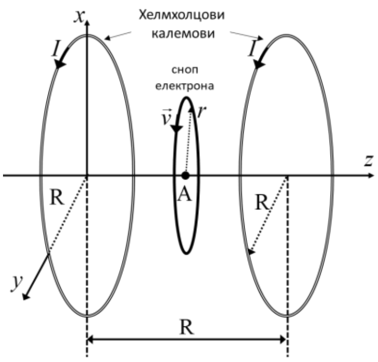
а) Написати израз за интензитет индукције магнетног поља у тачки А која се налази на половини растојања између калемова и лежи на оси симетрије калемова и израчунати бројну вредност користећи дате податке. **[6 поена]**

б) Одредити интензитет индукције магнетног поља у тачки B и за колико се процента смањи интензитет индукције магнетног поља у тачки B, слика 2а, у односу на интензитет индукције магнетног поља у тачки А. Тачка B се налази на оси симетрије калемова као на слици 2а и удаљена је од тачке А за растојање $\Delta z = 4\,\text{cm}$. **[7 поена]**

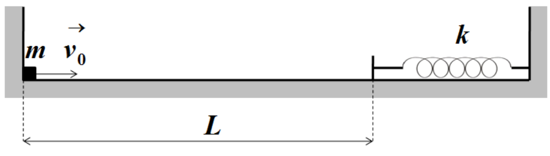
в) Одредити специфично наелектрисање електрона који се крећу по кружној путањи као на слици 2.б. Вектор индукције магнетног поља сваке тачке простора у којем кружи сноп електрона узети једнаким вектору индукције магнетног поља у тачки А. Полупречник путање електрона $r = 4\,\text{cm}$ и брзина електрона $v = 7{,}2 \cdot 10^6\,\text{m/s}$. **[7 поена]**



слика 2.а



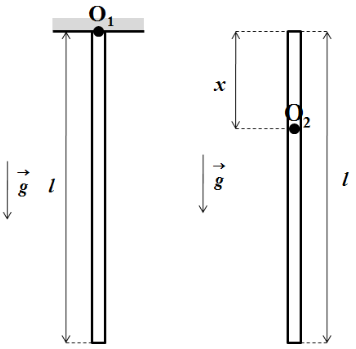
слика 2.б



слика 3

3. Тело масе m и безмасена, идеално еластична опруга крутости k налазе се у простору између два вертикална и непокретна зида. Тело мирује на непокретној хоризонталној подлози и прислоњено је уз леви зид, док је опруга недеформисана и везана за десни зид, при чему је растојање између тела и слободног краја опруге једнако L (слика 3). У одређеном тренутку телу се краткотрајним ударом саопшти брзина константног интензитета v_0, у правцу и смеру као што је приказано на слици 3. Одредити период осциловања тела по хоризонталној подлози. Удар тела у зид је апсолутно еластичан и тренутан. Димензије тела занемарити. Трење у систему занемарити. Све величине наведене у задатку су познате. **[15 поена]**

4. У првом случају танак, крут и хомоген штап дужине l може слободно да ротира без трења у вертикалној равни у гравитационом пољу Земље око осе која пролази кроз тачку O_1 и нормална је на раван у којој се штап налази. Ако штап отклонимо од вертикале за мали угао период малих осцилација штапа је у овом случају једнак T_1. У другом случају исти штап може слободно да ротира без трења у вертикалној равни у гравитационом пољу Земље око нове осе која пролази кроз тачку O_2 и нормална је на раван у којој се штап налази, при чему је нова оса померена транслаторно , дуж штапа без промене правца, за растојање $x\,(x < l/2)$ у односу на осу у првом случају (слика 4). Период малих осцилација штапа у другом случају је једнак T_2. Ако је $T_2 = 2T_1$ одредити растојање x . Величину l сматрати једином познатом величином у задатку. Момент инерције танког, крутог и хомогеног штапа око осе која пролази кроз центар масе штапа и нормална је на раван у којој се штап налази је $I = \dfrac{ML^2}{12}$, где је M маса штапа, а L дужина штапа. **[20 поена]**



слика 4

Напомена. Задатак из обраде резултата мерења добићете на два посебна листа папира!

* У бета категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима гимназија општег типа, специјализованих гимназија за области које нису математика и физика, средњих стручних школа и уметничких школа.

Решења свих задатака треба јасно образложити са јасно дефинисаним физичким законима и величинама које користите приликом решавања задатака. Нарочито дефинисати ознаке које уводите а које нису уобичајене.

Обавезно на сваком листу папира (и на милиметарском папиру) који предајете напишите своју шифру, и обавезно нумеришите сваку страну !

Задатке припремили: Владимир Чубровић 1,3,4; Христина Делибашић 2; доц. др Владимир Марковић 5, ПМФ, Крагујевац
Рецензенти: проф. др Ненад Стевановић и Љубица Кузмановић, ПМФ Крагујевац ; Владимир Чубровић 5;
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: доц. др Владимир Марковић, ПМФ, Крагујевац

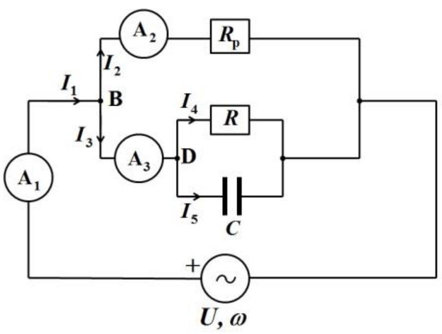
Свим такмичарима желимо успешан рад!

LVIII ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2020/2021. ГОДИНЕ.

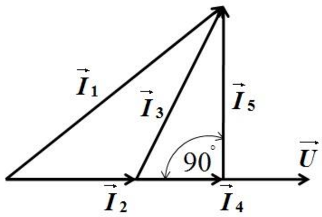
III разред | **Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије** | **Крагујевац 23-24. април 2021.**

РЕШЕЊА-БЕТА КАТЕГОРИЈА*

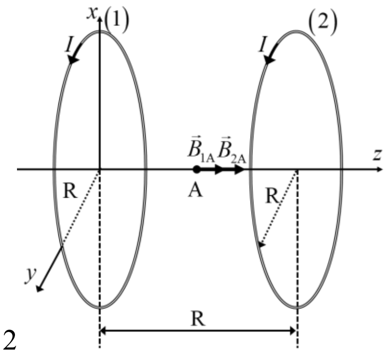
1. Активна снага отпорника R_p је $P_\text{a} = I_2 U$ **[1п],** и како је $U = I_4 R$ **[1п]** следи $P_\text{a} = I_2 I_4 R$ **[1п].** Фазорски дијаграм је приказан на слици 2. Са фазорског дијаграма је $I_5^2 = I_3^2 - I_4^2$ **[7п]** и $I_5^2 = I_1^2 - (I_2 + I_4)^2$ **[7п]**. Из последње две једначине добијамо $I_2 I_4 = \frac{1}{2}(I_1^2 - I_2^2 - I_3^2)$ тако да је активна снага отпорника R_p једнака $P_\text{a} = \frac{1}{2}(I_1^2 - I_2^2 - I_3^2)R$ **[3п].**



слика 1



слика 2



слика 3

2. а) У тачки А интензитет индукције магнетног поља износи $B_\text{A} = B_\text{1A} + B_\text{2A}$ **[1п]**, слика 3. У тачки која је на оси симетрије кружног проводног навојка, на растојању z од центра кружног навојка, интензитет индукције магнетног поља је $B = \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}}$ **[1п]**. Тачка А се налази на подједнаким растојањима од оба калема, $z = R/2$, на основу чега је $B_\text{A} = 2 \cdot \frac{\mu_0}{2}\frac{NIR^2}{\left(R^2 + \left(R/2\right)^2\right)^{3/2}} = \frac{8\sqrt{5}\mu_0 NI}{25R} \approx 1{,}0276\,\text{mT}$ (1) **[3+1п]**.

б) Аналогно делу задатка под а) интензитет индукције магнетног поља у тачки *B* износи $B_\text{B} = B_\text{1B} + B_\text{2B}$ **[1п]**, где је $B_\text{1B} = \frac{\mu_0}{2}\frac{NIR^2}{\left(R^2 + \left(\frac{R}{2} - \Delta z\right)^2\right)^{3/2}}$ **[1п]** и $B_\text{2B} = \frac{\mu_0}{2}\frac{NIR^2}{\left(R^2 + \left(\frac{R}{2} + \Delta z\right)^2\right)^{3/2}}$ **[1п]**. Преуређивањем претходних израза добија се

$$B_\text{B} = \frac{\mu_0 NI}{2R}\left(\frac{1}{\left(1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{\Delta z}{R}\right)^2\right)^{3/2}} + \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{\Delta z}{R}\right)^2\right)^{3/2}}\right) \approx 1{,}0204\,\text{mT}$$

[1+1п]. Интензитет индукције магнентог поља у тачки B је мањи од интензитета индукције магнентног поља у тачки А за $\delta = \frac{B_\text{A} - B_\text{B}}{B_\text{A}} \cdot 100\% \approx 0{,}7\%$ **[1+1п]**.

в) Како се електрони крећу по кружној путањи мора постојати равнотежа између Лоренцове и центрифугалне силе, тј. важи једначина $|e|vB = m\frac{v^2}{r}$ (2) **[2п]**. Из једначина (1) и (2) следи да је специфично наелектрисање електрона $\frac{|e|}{m} = \frac{25vR}{8\sqrt{5}\mu_0 rNI} \approx 1{,}75 \cdot 10^{11}\,\frac{\text{C}}{\text{kg}}$ **[4+1п]**.

3. До контакта са опругом тело прелази пут L за време $t_1 = L / v_0$ **[1п]**. Кретање тела када је у контакту са опругом можемо да посматрамо као осциловање тела које је везано за опругу али са периодом $T' = \frac{1}{2}T = \frac{1}{2}\cdot 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ **[7п]**. Након одвајања од опруге тело долази до левог зида за време $t_2 = L / v_0$ **[1п]**, апсолутно еластично и тренутно се одбија од њега, дакле мења само смер кретања, док се правац кретања и интензитет брзине не мењају и целокупан наведени процес се понавља. Период осциловања тела по хоризонталној подлози је $T'' = t_1 + T' + t_2 = \frac{2L}{v_0} + \pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ **[6п]**.

4. **ПРВИ НАЧИН**. Означимо са m масу штапа. Штап у оба случаја који су описани у поставци задатка представља физичко клатно.

У првом случају период малих осцилација штапа је $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{š}^{(O_1)}}{m\cdot g\cdot d_{cm}^{(O_1)}}}$ **[1п],** где је: $I_{š}^{(O_1)} = \frac{ml^2}{12} + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{ml^2}{3}$ **[1п]** момент инерције штапа у односу на осу ротације, а $d_{cm}^{(O_1)} = l/2$ **[1п]** растојање центра масе штапа од тачке O_1. На основу претходног је $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{2l}{3g}}$ **[2п]** (1).

У другом случају период малих осцилација штапа је $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{š}^{(O_2)}}{m\cdot g\cdot d_{cm}^{(O_2)}}}$ **[1п],** где је: $I_{š}^{(O_2)} = \frac{ml^2}{12} + m\left(\frac{l}{2} - x\right)^2$ **[3п]** момент инерције штапа у односу на нову осу ротације, а $d_{cm}^{(O_2)} = \frac{l}{2} - x$ **[2п]** растојање центра масе штапа од тачке O_2. На основу претходног је $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{2l^2 - 6lx + 6x^2}{3g(l-2x)}}$ **[3п]** (2).

Ако искористимо услов задатка $T_2 = 2T_1$ и уврштавањем израза (1) и (2) у последњу једнакост, након квадрирања и сређивања, добијамо квадратну једначину по непознатој x и она гласи $3x^2 + 5lx - 3l^2 = 0$ **[3п].** Решења квадратне једначине су $x_1 \approx +0{,}47\cdot l$ **[1п]** и $x_2 \approx -2{,}14\cdot l$ **[1п]**, при чему је физички оправдано само прво решење тако да је тражено растојање једнако $x \approx 0{,}47\cdot l$ **[1п]**.

ДРУГИ НАЧИН. Означимо са m масу штапа. Ако штап отклонимо од вертикале за угао θ једначина кретања штапа у првом случају је $I_{š}^{(O_1)}\alpha = -mg\,sin\theta\cdot\frac{l}{2}$ **[1п]**, где је $I_{š}^{(O_1)} = \frac{ml^2}{12} + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{ml^2}{3}$ **[1п]** момент инерције штапа у односу на осу ротације. На основу претходних једначина добијамо једначину $\alpha + \frac{3g}{2l}sin\theta = 0$. У случају малих углова важи $sin\,\theta \approx \theta$ тако да је $\alpha + \frac{3g}{2l}\cdot\theta = 0$ **[1п]** што представља једначину линеарног хармонијског осцилатора са кружном фреквенцијом $\omega = \sqrt{\frac{3g}{2l}}$. На основу претходног је $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{2l}{3g}}$ **[2п]** (1).

У другом случају ако штап отклонимо од вертикале за угао θ једначина кретања штапа је $I_{š}^{(O_2)}\alpha = -mg\,sin\theta\cdot\left(\frac{l}{2} - x\right)$ **[1п],** где је $I_{š}^{(O_2)} = \frac{ml^2}{12} + m\left(\frac{l}{2} - x\right)^2$ **[3п]** момент инерције штапа у односу на нову осу ротације. На основу претходних једначина добијамо једначину $\alpha + \frac{3g(l-2x)}{2l^2 - 6lx + 6x^2}sin\theta = 0$ **[1п]**. У случају малих углова важи $sin\,\theta \approx \theta$ тако да је $\alpha + \frac{3g(l-2x)}{2l^2 - 6lx + 6x^2}\cdot\theta = 0$ **[1п],** што представља једначину линеарног хармонијског осцилатора са кружном фреквенцијом $\omega = \sqrt{\frac{3g(l-2x)}{2l^2 - 6lx + 6x^2}}$. На основу претходног је $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{2l^2 - 6lx + 6x^2}{3g(l-2x)}}$ **[3п]** (2)

Ако искористимо услов задатка $T_2 = 2T_1$ и уврштавањем израза (1) и (2) у последњу једнакост, након квадрирања и сређивања, добијамо квадратну једначину по непознатој x и она гласи $3x^2 + 5lx - 3l^2 = 0$ **[3п].** Решења квадратне једначине су $x_1 \approx +0{,}47 \cdot l$ **[1п]** и $x_2 \approx -2{,}14 \cdot l$ **[1п]**, при чему је физички оправдано само прво решење тако да је тражено растојање једнако $x \approx 0{,}47 \cdot l$ **[1п]**.